לוגיקה (1) – תרגיל 1

1. ישנה קבוצת נקודות, כך ששתי נקודות שונות מתוך הקבוצה יכולות להיות מחוברות ע"י קטע. את הטענה שהנקודות x,y מחוברות ע"י קטע אנו מסמנים ב $G(x,y)$ כאשר G סימן יחס דו מקומי. נקודה יכולה להיות צבועה שחור או צבועה אדום או לא צבועה. נסח בשפת תחשיב היחסים את הטענות הבאות, כאשר עולם העצמים מורכב רק מנקודות..

   א. אין נקודות מבודדות, כלומר כל נקודה מחוברת לנקודה כלשהי.
   ב. כל נקודה צבועה אדום או שחור.
   ג. כל נקודה צבועה מחוברת לנקודה מאותו צבע.
   ד. ישנה נקודה אדומה המחוברת לכל הנקודות השחורות.
   ה. שתי נקודות הצבועות באותו צבע אינן מחוברות.
   ו. קיים משולש שכל קדקדיו צבועים באותו צבע.
   ז. קיים קטע יחיד המחבר שתי נקודות אדומות. במילים אחרות, יש רק שתי נקודות אדומות המחוברות זו לזו

2. בכל אחד מן הסעיפים הבאים הציעו שפה (של תחשיב היחסים), נוסחה באותה שפה ופירוש לשפה כך שהנוסחה שכתבתם מבטאת תחת פירוש זה את הטענה שבשאלה.

   א. הכל שחור.
   ב. תמרי הוא נגר.
   ג. תמרי הוא נגר ואיזידור הוא חמור.
   ד. אין חמור שהוא נגר.
   ה. יש נגר שהוא חמור.
   ו. בכל חמור יש נגר חבוי.
   ז. בכל חמור חבויים שני נגרים לפחות.
   ח. בכל חמור חבוי נגר אחד בדיוק.
   ט. אין נגר שחבוי בשני חמורים.
   י. אין נגר שאינו חבוי בחמור.
   יא. יש בדיוק שלושה חמורים וברובם חבוי נגר.
   יב. יש חמור חבוי בתוך נגר.
   יג. כלבים לא נובחים כשחם.
   יד. כלב נובח לא נושם.
   טו. הוא חיוור.
   טז. אין מישהו שהוא לא מכיר.
   יז. בין כל שתי נקודות עובר ישר אחד ויחיד.
   יח. לשני קווים מקבילים אין נקודה משותפת.
   יט. sin היא פונקציה מחזורית.
   כ. sin היא פונקציה רציפה במידה שווה.

3. בכל אחד מהסעיפים הבאים קבעו אם הפסוק הנתון אמיתי במבנה המוצע. הוכיחו את טענתכם.

   א. $\forall x\exists y(S(y) = x)$ כאשר המבנה הוא המספרים הטבעיים ו-S פונקצית העוקב.
   ב. $(\exists y\forall x)\neg(x < y)$ כאשר המבנה הוא המספרים הטבעיים ו-$<$ יחס הסדר.
   ג. $(\forall y\exists x)\neg(x < y)$ כאשר המבנה הוא המספרים הטבעיים ו-$<$ יחס הסדר.
   ד. $(\forall x\forall y)(+(x, y) = +(y, x))$ כאשר המבנה הוא המספרים הטבעיים ו-$+$ פונקצית החיבור.
   ה. $(\forall y\forall x)(+(x, y) = +(y, x))$ כאשר המבנה הוא המספרים הטבעיים ו-$+$ פונקצית החיבור.
   ו. $\forall x(\neg(\cdot(x, x) = x))$ כאשר המבנה הוא המספרים הטבעיים ו- $\cdot$ פונקצית הכפל.